



RELACIÓN EJERCICIOS NÚMEROS RACIONALES Y REALES

4º B

CURSO 2010-11

- 1 **Expresa las siguientes fracciones en forma decimal e indica de qué tipo es dicho cociente.**
a) $\frac{63}{7}$ b) $\frac{91}{20}$ c) $\frac{630}{189}$ d) $\frac{63}{22}$

Solución:

a) $\frac{63}{7} = 9$ Entero

b) $\frac{91}{20} = 4,55$ Decimal exacto

c) $\frac{630}{189} = 3,3333\dots$ Periódico puro

d) $\frac{63}{22} = 2,86363\dots$ Periódico mixto

- 2 **Realiza las siguientes operaciones**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{6} - \frac{3}{8} =$$

a)

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$$

b)

Solución:

a) $\frac{1}{24}$

b) $\frac{7}{40}$

- 3 **Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:**

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \text{y} \quad \frac{5}{8}$$

Solución:

Reducimos a común denominador:

$$\frac{1}{2} = \frac{60}{120} \quad \frac{2}{3} = \frac{80}{120} \quad \frac{1}{4} = \frac{30}{120} \quad \frac{5}{2} = \frac{300}{120} \quad \frac{3}{5} = \frac{72}{120} \quad \frac{4}{3} = \frac{160}{120} \quad \text{y} \quad \frac{5}{8} = \frac{75}{120}$$

El orden de las fracciones, cuando todas tienen el mismo denominador, está dado por el orden de los numeradores, ya que si el numerador es menor, la fracción es menor.

Ordenados de menor a mayor:

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2}$$

- 4 **Realiza las siguientes operaciones:**

$$\frac{2}{7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{14} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) =$$

a)

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$$

b)

Solución:

a) 11/28

b) 91/80

5 **Calcula las siguientes operaciones:**

a) $-30 + 10 - 5 + 7 - 15$

b) $60 - (5 - 9 + 2 - (-3))$

c) $[5 - (-5)] + (-5)$

d) $-11 + [(-10) - (-8)]$

Solución:

a) $-30 + 10 - 5 + 7 - 15 = -20 - 5 + 7 - 15 = -25 + 7 - 15 = -18 - 15 = -33$

b) $60 - (5 - 9 + 2 - (-3)) = 60 - (5 - 9 + 2 + 3) = 60 - 1 = 59$

c) $[5 - (-5)] + (-5) = [5 + 5] + (-5) = 10 - 5 = 5$

d) $-11 + [(-10) - (-8)] = -11 + [(-10) + 8] = -11 + (-2) = -13$

6 **Indica si los siguientes números son racionales o irracionales y por qué.**

a) 7,466446644.....

b) 2,1331333133331...

c) 1,4300...

d) 1,41352897....

Solución:

a) Es racional ya que al ser periódico se puede escribir en forma de fracción.

b) Es irracional porque no se puede escribir en forma de fracción.

c) Es racional ya que es decimal exacto

d) Es irracional porque no se puede escribir en forma de fracción.

7 **Clasifica, sin hacer la división, las siguientes fracciones según su expresión decimal:**

a) $\frac{2}{30}$

b) $\frac{1}{11}$

c) $\frac{13}{4}$

d) $\frac{1962}{14}$

Solución:

La fracción irreducible a / b se convierte en un decimal:

- Exacto: si los únicos factores primos que tiene el denominador b son 2 ó 5.
- Periódico puro: si el denominador b no tiene entre sus factores ni el 2 ni el 5.
- Periódico mixto: si el denominador b tiene como factores el 2 ó el 5 y algún otro.

- a) $\frac{2}{30} = \frac{1}{15} \Rightarrow 15 = 5 \cdot 3 \Rightarrow$ Periódico mixto
 b) $\frac{1}{11} \Rightarrow$ Periódico puro
 c) $\frac{13}{4} \Rightarrow 4 = 2 \cdot 2 \Rightarrow$ Exacto
 d) $\frac{1962}{14} = \frac{981}{7} \Rightarrow$ Periódico puro

8 **Calcula las siguientes operaciones:**

- a) $|-3| \cdot |-2| : (-6) + [2 - (-3) + 2^4 - 10 : (-2)]$
 b) $(-100) : (-4) \cdot (-3) + 3$
 c) $2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5) : (-6) + 2^2$

Solución:

- a) $|-3| \cdot |-2| : (-6) + [2 - (-3) + 2^4 - 10 : (-2)] = -1 + [2 - (-3) + 2^4 - 10 : (-2)] =$
 $= -1 + [5 + 16 + 5] = 25$
 b) $(-100) : (-4) \cdot (-3) + 3 = 25 \cdot (-3) + 3 = -75 + 3 = -72$
 c) $2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5) : (-6) + 2^2 = 120 : (-6) + 4 = -20 + 4 = -16$

9 **Realiza las siguientes operaciones**

$$\frac{4}{10} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} =$$

a)

$$\frac{4}{10} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} =$$

b)

Solución:

a) 121/60

b) -9/12

10 **Calcula la forma fraccionaria o decimal (identificando cada una de sus partes), según corresponda de:**

- a) 9,2777.. c) $\frac{28}{160}$
 b) 14,371717... d) $\frac{63}{22}$

Solución:

$$\frac{927 - 92}{90}$$

- a) Parte entera 9, anteperiodo 2, periodo 7

$$\frac{14371 - 143}{9900}$$

- b) Parte entera 14, anteperiodo 3, periodo 71
 c) 0,175 No es un número periódico
 d) 2,863636... Parte entera 2, anteperiodo 8, periodo 36

11 **Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones**

a) $\frac{220}{1210}$, b) $\frac{360}{120}$, c) $\frac{250}{75}$, d) $\frac{240}{180}$

Solución:

a) $\frac{220}{1210} = \frac{2}{11}$, b) $\frac{360}{120} = 3$, c) $\frac{250}{75} = \frac{10}{3}$, d) $\frac{240}{180} = \frac{4}{3}$

12 **Calcula, pasando a fracción, las operaciones:**

a) $0,333... + 0,525252...$

b) $5,2333... - 1,3222...$

Suma luego, directamente, los números decimales, pásalos a fracciones y comprueba que se obtiene el mismo resultado.

Solución:

a) $0,333... + 0,525252... = \frac{3}{9} + \frac{52}{99} = \frac{3 \cdot 11 + 52}{99} = \frac{85}{99}$

$$0,3333333333333333... + 0,5252525252525252... = 0,8585858585858585... = \frac{85}{99}$$

b) $5,2333... - 1,3222... = \frac{523 - 52}{90} - \frac{132 - 13}{90} = \frac{471 - 119}{90} = \frac{352}{90}$

$$5,2333... - 1,3222... = 3,91111... = \frac{391 - 39}{90} = \frac{352}{90}$$

13 **Calcula, pasando a fracción, las siguientes operaciones:**

a) $0,4333... + 2,3444...$

b) $3,829829829... - 1,928928928...$

c) $0,333... + 0,777...$

Solución:

a) $0,4333... + 2,3444... = \frac{43 - 4}{90} + \frac{234 - 23}{90} = \frac{39 + 211}{90} = \frac{250}{90} = \frac{25}{9}$

b) $3,829829829... - 1,928928928... = \frac{3829 - 3}{999} - \frac{1928 - 1}{999} = \frac{3826 - 1927}{999} = \frac{1899}{999}$

c) $0,333... + 0,777... = \frac{3}{9} + \frac{7}{9} = \frac{9}{9} = 1$

14 **Realiza las siguientes operaciones**

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{6} + \frac{3}{8} =$$

a)

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$$

b)

$$\frac{2}{5} : \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) =$$

c)

Solución:

a) 11/24

b) 7/40

c) -85/20

15 Realiza las siguientes operaciones

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{6} - \frac{3}{8} =$$

a)

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} =$$

b)

$$\frac{4}{3} : \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{6} \right) - \frac{3}{4} =$$

c)

Solución:

a) 1/24

b) 1/5

c) 5/4

16 Realiza las siguientes operaciones:

$$a) -\left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{124}{125}$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$$

$$c) -\frac{5}{6} - \left(-\frac{11}{2} + \frac{6}{5} + 1\right)$$

Solución:

$$a) -\left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{124}{125} = -\left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{124}{125} = \frac{1}{5} + \frac{124}{125} = \frac{25}{125} + \frac{124}{125} = \frac{149}{125}$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$c) -\frac{5}{6} - \left(-\frac{11}{2} + \frac{6}{5} + 1\right) = -\frac{5}{6} - \left(\frac{-11 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 10}{10}\right) = -\frac{5}{6} - \left(-\frac{33}{10}\right) = -\frac{5}{6} + \frac{33}{10} = \frac{-25 + 99}{30} = \frac{74}{30}$$

17 Realiza las siguientes operaciones:

- a) $4 - 3[2 + 4(1 - 7)] + 6 - (-5) =$
 b) $2^2 \cdot [3^2 - (4 + 8)] + 4 : 2 =$
 c) $-5 + (-7) - (-4) + 1 =$
 d) $(-7) \cdot (+2) \cdot (-3) : (-6) =$

Solución:

- a) 81 b) -10 c) -9 d) -7

18 Sin realizar las siguientes operaciones, indica si su resultado es un número racional o irracional y por qué.

- a) $0,0110001110001111... + 1,313131...$
 b) $0,33333... + 0,333333...$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}$

d) $0,31323132... + \sqrt{9}$

Solución:

- a) Irracional, porque en la suma hay un irracional.
 b) Racional, porque se están sumando dos periódicos que se pueden escribir como fracciones.
 c) Irracional, porque en el producto hay un irracional.
 d) Racional, porque sumamos dos racionales, un periódico y uno entero.

19 Escribe en forma de fracción los siguientes números reales:

- a) $1,43000...$
 b) $-9,636363....$
 c) $1,010010001...$
 d) $9,636363...$

Solución:

$$\frac{143}{100}$$

a)

$$\frac{-963 + 9}{99} = \frac{-954}{99}$$

b)

c) No se puede porque es irracional

$$\frac{963 - 9}{99} = \frac{954}{99}$$

d)

20 Expresa como radical:

a) $\left(3^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{1}{4}}$; b) $\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$; c) $\left(7^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}$; d) $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{5}}$.

Solución:

a) $3^{\frac{5}{24}} = \sqrt[24]{3^5}$; b) $3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3}$; c) $7^{\frac{20}{6}} = 7^{\frac{10}{3}} = \sqrt[3]{7^{10}}$; d) $5^{\frac{2}{15}} = \sqrt[15]{5^2}$.

21 Escribe las siguientes raíces como exponentes fraccionarios y simplifica cuanto se pueda:

a) $\sqrt[5]{3^{10}}$

b) $\sqrt[7]{2^{14}}$

c) $\sqrt{7^6}$

Solución:

a) $\sqrt[5]{3^{10}} = 3^{\frac{10}{5}} = 3^2 = 9$

b) $\sqrt[7]{2^{14}} = 2^{\frac{14}{7}} = 2^2 = 4$

c) $\sqrt{7^6} = 7^{\frac{6}{2}} = 7^3 = 343$

22 **Escribe los siguientes número en notación científica e indica su orden de magnitud.**

a) **91.700.000.000**

b) **6.300.000.000.000**

c) **0,00000000134**

d) **0,071**

Solución:

a) $91.700.000.000 = 9,17 \cdot 10^{10}$. Orden 10

b) $6.300.000.000.000 = 6,3 \cdot 10^{12}$. Orden 12

c) $0,00000000134 = 1,34 \cdot 10^{-9}$. Orden -9

d) $0,071 = 7,1 \cdot 10^{-2}$. Orden -2

23 **Reduce los siguientes radicales a índice común y ordénalos de menor a mayor:**

a) $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{3}$; b) $\sqrt[5]{12}$, $\sqrt[3]{10}$; c) $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{8}$.

Solución:

a) $\text{mcm}(3,4) = 12 \Rightarrow \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$; $\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27} \Rightarrow \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{3}$.

b) $\text{mcm}(5,3) = 15 \Rightarrow \sqrt[5]{12} = \sqrt[15]{12^3} = \sqrt[15]{1728}$; $\sqrt[3]{10} = \sqrt[15]{10^5} = \sqrt[15]{100000} \Rightarrow \sqrt[3]{10} > \sqrt[5]{12}$.

c) $\text{mcm}(2,5) = 10 \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt[10]{3^5} = \sqrt[10]{243}$; $\sqrt[5]{8} = \sqrt[10]{8^2} = \sqrt[10]{64} \Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[5]{8}$.

24 **Simplifica los siguientes radicales:**

a) $\sqrt[9]{8^3}$

b) $\sqrt[3]{16}$

c) $\sqrt[3]{7^3}$

Solución:

a) $\sqrt[9]{8^3} = \sqrt[9]{(2^3)^3} = \sqrt[9]{2^9} = 2$

b) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt[6]{7^3} = (7^3)^{\frac{1}{6}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

25 **Saca del radicando la mayor cantidad posible de factores:**

a) $\sqrt{405}$; b) $\sqrt{250}$; c) $\sqrt[3]{240}$; d) $\sqrt{800}$.

Solución:

- a) $\sqrt{405} = \sqrt{3^4 \cdot 5} = 3^2 \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$.
 b) $\sqrt{250} = \sqrt{2 \cdot 5^3} = 5\sqrt{2 \cdot 5} = 5\sqrt{10}$.
 c) $\sqrt[3]{240} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{30}$.
 d) $\sqrt{800} = \sqrt{2^5 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$.

26 **Pasa estos números de notación científica a forma ordinaria:**

- a) $2,43 \cdot 10^4 =$
 b) $6,31 \cdot 10^{-6} =$
 c) $63,1 \cdot 10^{-6} =$
 d) $3,187 \cdot 10^9 =$

Solución:

- a) $2,43 \cdot 10^4 = 24.300$
 b) $6,31 \cdot 10^{-6} = 0,00000631$
 c) $63,1 \cdot 10^{-6} = 0,0000631$
 d) $3,187 \cdot 10^9 = 3.187.000.000$

27 **Expresa como radical:**

- a) $\sqrt[7]{3\sqrt{10}}$; b) $\sqrt[5]{4\sqrt{7}}$; c) $\sqrt[13]{4\sqrt{2^6}}$; d) $\sqrt[3]{5\sqrt{11}}$.

Solución:

- a) $\sqrt[2]{\sqrt{10}}$; b) $\sqrt[28]{7}$; c) $\sqrt[52]{2^6} = \sqrt[26]{2^3}$; d) $\sqrt[15]{11}$.

28 **Escribe en forma de exponente fraccionario y simplifica los radicales:**

- a) $\sqrt[12]{8^{16}}$
 b) $\sqrt[5]{3^{15}}$
 c) $\sqrt[1]{4^{33}}$

Solución:

- a) $\sqrt[12]{8^{16}} = 8^{\frac{16}{12}} = (2^3)^{\frac{16}{12}} = 2^{\frac{48}{12}} = 2^4 = 16$
 b) $\sqrt[5]{3^{15}} = 3^{\frac{15}{5}} = 3^3 = 27$
 c) $\sqrt[1]{4^{33}} = 4^{\frac{33}{11}} = 4^3 = 64$

29 **Expresa como radical:**

- a) $\left(10^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{7}{2}}$; b) $\left(5^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{7}}$; c) $\left(13^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{6}{4}}$; d) $\left(2^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{3}{14}}$.

Solución:

- a) $10^{\frac{31}{8}} = \sqrt[8]{10^{31}}$; b) $5^{\frac{6}{28}} = 5^{\frac{3}{14}} = \sqrt[14]{5^3}$; c) $13^{\frac{6}{20}} = 13^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{13^3}$; d) $2^{\frac{21}{42}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

30 Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

- a) $(3,72 \cdot 10^{11}) \cdot (1,43 \cdot 10^{-7})$
b) $(2,9 \cdot 10^{-5}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-3})$
c) $(4,1 \cdot 10^2) \cdot 10^3$
d) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^{-7})$

Solución:

- a) $(3,72 \cdot 10^{11}) \cdot (1,43 \cdot 10^{-7}) = 5,32 \cdot 10^4$
b) $(2,9 \cdot 10^{-5}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-3}) = 8,99 \cdot 10^{-8}$
c) $(4,1 \cdot 10^2) \cdot 10^3 = 4,1 \cdot 10^5$
d) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^{-7}) = 3,57 \cdot 10^{-2}$

31 Saca del radicando la mayor cantidad posible de factores:

- a) $\sqrt[3]{3240}$; b) $\sqrt{9000}$; c) $\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^5}$; d) $\sqrt{2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^2}$.

Solución:

- a) $\sqrt[3]{3240} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 2^3 \cdot 5} = 3 \cdot 2 \sqrt[3]{3 \cdot 5} = 6 \sqrt[3]{15}$.
b) $\sqrt{9000} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \sqrt{2 \cdot 5} = 60 \sqrt{10}$.
c) $\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^5} = 2 \cdot 3 \sqrt[4]{2^2 \cdot 3} = 6 \sqrt[4]{12}$.
d) $\sqrt{2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^2} = 2 \cdot 5^2 \cdot 3 \sqrt{2} = 150 \sqrt{2}$.

32 Efectúa los siguientes cocientes:

- a) $6^{\frac{1}{9}} : 6^{\frac{3}{7}}$; b) $5^{\frac{4}{7}} : 5^{\frac{2}{3}}$.

Solución:

- a) $6^{\frac{1}{9} - \frac{3}{7}} = 6^{\frac{7-27}{63}} = 6^{-\frac{20}{63}}$; b) $5^{\frac{4}{7} - \frac{2}{3}} = 5^{\frac{12-14}{21}} = 5^{-\frac{2}{21}}$.

33 Efectúa los siguientes productos:

- a) $7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{5}}$; b) $2^{\frac{9}{7}} \cdot 2^{\frac{4}{5}}$.

Solución:

- a) $7^{\frac{1}{3} + \frac{4}{5}} = 7^{\frac{5+12}{15}} = 7^{\frac{17}{15}}$; b) $2^{\frac{9}{7} + \frac{4}{5}} = 2^{\frac{45+28}{35}} = 2^{\frac{73}{35}}$.

34 Efectúa los siguientes cocientes:

- a) $\sqrt{15} : \sqrt{3}$; b) $\sqrt[3]{28} : \sqrt[3]{7}$; c) $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2}$; d) $\sqrt[7]{81} : \sqrt[7]{27}$.

Solución:

- a) $\sqrt{5}$; b) $\sqrt[3]{4}$; c) $\sqrt[5]{32} = 2$; d) $\sqrt[7]{3}$.

35 Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

- a) $(4,5 \cdot 10^{-7}) : (1,5 \cdot 10^4)$
b) $(3,6 \cdot 10^9) : (1,2 \cdot 10^{-7})$
c) $(6,5 \cdot 10^{-4}) : (1,3 \cdot 10^{-6})$
d) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$

Solución:

- a) $(4,5 \cdot 10^{-7}) : (1,5 \cdot 10^4) = 3 \cdot 10^{-11}$
b) $(3,6 \cdot 10^9) : (1,2 \cdot 10^{-7}) = 3 \cdot 10^{16}$
c) $(6,5 \cdot 10^{-4}) : (1,3 \cdot 10^{-6}) = 5 \cdot 10^{10}$
d) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3}) = 4 \cdot 10^{-1} = 0.4$

36 **Reduce los siguientes radicales a índice común:**

- a) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[7]{2}$, $\sqrt[15]{10}$; b) $\sqrt{5}$, $\sqrt[10]{7}$, $\sqrt[6]{13}$.

Solución:

- a) $\text{mcm}(5,7,15) = 105 \Rightarrow \sqrt[5]{3} = \sqrt[105]{3^{21}}$; $\sqrt[7]{2} = \sqrt[105]{2^{15}}$; $\sqrt[15]{10} = \sqrt[105]{10^7}$.
b) $\text{mcm}(2,10,6) = 30 \Rightarrow \sqrt{5} = \sqrt[30]{5^{15}}$; $\sqrt[10]{7} = \sqrt[30]{7^3}$; $\sqrt[6]{13} = \sqrt[30]{13^5}$.

37 **Factoriza los radicandos y calcula las raíces siguientes:**

a) $\sqrt[7]{128}$

b) $\sqrt[3]{11^6}$

c) $\sqrt[5]{10^{20}}$

d) $\sqrt[4]{6561}$

Solución:

a) $128 = 2^7 \Rightarrow \sqrt[7]{2^7} = 2$

b) $\sqrt[3]{11^6} = 11^{\frac{6}{3}} = 11^2 = 121$

c) $\sqrt[5]{10^{20}} = 10^{\frac{20}{5}} = 10^4 = 10000$

d) $6561 = 3^8 \Rightarrow \sqrt[4]{3^8} = 3$

38 **Efectúa los siguientes productos:**

- a) $\sqrt[7]{4} \cdot \sqrt[7]{32}$; b) $\sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[5]{3}$; c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$; d) $\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[3]{121}$.

Solución:

- a) $\sqrt[7]{128}$; b) $\sqrt[5]{243} = 3$; c) $\sqrt{81} = 9$; d) $\sqrt[3]{1331} = 11$.

39 **Introduce el factor que multiplica dentro de la raíz:**

- a) $7\sqrt{2}$; b) $3\sqrt[5]{2}$; c) $11\sqrt{10}$; d) $2\sqrt[6]{3}$.

Solución:

- a) $\sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{98}$; b) $\sqrt[5]{3^5 \cdot 2} = \sqrt[5]{486}$; c) $\sqrt{11^2 \cdot 10} = \sqrt{1210}$; d) $\sqrt[6]{2^6 \cdot 3} = \sqrt[6]{192}$.

40 **Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:**

- a) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^7)$
b) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$
c) $(2,37 \cdot 10^{12}) \cdot (3,97 \cdot 10^3)$
d) $(4,5 \cdot 10^9) : (2,5 \cdot 10^{-3})$

Solución:

- a) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^7) = 3,57 \cdot 10^{-2}$
 b) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3}) = 4 \cdot 10^{-1}$
 c) $(2,37 \cdot 10^{12}) \cdot (3,97 \cdot 10^3) = 9,4 \cdot 10^{15}$
 d) $(4,5 \cdot 10^9) : (2,5 \cdot 10^{-3}) = 1,8 \cdot 10^{12}$

41 Resuelve aplicando la definición de logaritmo:

- a) $3^{\frac{1}{x}} = 9$
 b) $2^x = 16$
 c) $\log_{101} 10201 = x$

Solución:

$$\frac{1}{x} = \log_3 9 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

- a)
 $x = \log_2 16 = 4$
 b)
 $101^x = 10201 \Rightarrow x = 2$
 c)

42 $\frac{3}{\sqrt{7}}$

- a) $\frac{4}{\sqrt[3]{5}}$
 b) $\frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
 c)

Solución:

$$\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

a) $\frac{4\sqrt[3]{5^6}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^6}} = \frac{4\sqrt[3]{5^6}}{5}$

b) $\frac{6(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{6(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 6(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

c)

43 $\log x = \frac{1}{2} \log a + 3 \log b - \frac{1}{3} (\log c + 2 \log d)$

Si _____, expresa x en función de a, b, c, d .

Solución:

$$\log x = \log \sqrt{a} + \log b^3 - \frac{1}{3} (\log c + 2 \log d) = \log \sqrt{a} \cdot b^3 - \log \sqrt[3]{c \cdot d^2} = \log \frac{\sqrt{a} \cdot b^3}{\sqrt[3]{c \cdot d^2}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{a} \cdot b^3}{\sqrt[3]{c \cdot d^2}}$$

44 Resuelve utilizando la definición de logaritmo:

$$\log_a 4 = 2$$

- a) $\log_a 243 = 5$
b) $\log_a 1 = 0$
c)

Solución:

- a) $a = 2$
b) $a = 3$
c) a puede ser cualquier número real positivo.

45 **Racionaliza:**

$$\frac{5}{\sqrt[3]{6^7}}$$

a)
$$\frac{4}{\sqrt[5]{6^7}}$$

b)
$$\frac{6}{\sqrt[4]{5}}$$

c)

Solución:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{6^7}} = \frac{5}{6^2 \sqrt[3]{6}} = \frac{5 \sqrt[3]{6^2}}{36 \sqrt[3]{6} \sqrt[3]{6^2}} = \frac{5 \sqrt[3]{36}}{216}$$

a)
$$\frac{4}{\sqrt[5]{6^7}} = \frac{4}{6 \sqrt[5]{6^2}} = \frac{4 \sqrt[5]{6^3}}{6 \sqrt[5]{6^2} \sqrt[5]{6^3}} = \frac{4 \sqrt[5]{6^3}}{36} = \frac{\sqrt[5]{6^3}}{9}$$

b)
$$\frac{6}{\sqrt[4]{5}} = \frac{6 \sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5} \sqrt[4]{5^3}} = \frac{6 \sqrt[4]{5^3}}{5}$$

c)

46 **Obtén con calculadora el valor de:**

$$\log_2 10$$

- a) $\log_5 16$
b) $\log_3 0,8$
c)

Solución:

$$\frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0,301} = 3,322$$

a)
$$\frac{\log 16}{\log 5} = \frac{1,204}{0,699} = 1,722$$

b)
$$\frac{\log 0,8}{\log 3} = \frac{-0,097}{0,477} = -0,203$$

c)

47 **Calcula los siguientes logaritmos:**

a) $\log_3 9$

b) $\log_2 1024$

c) $\log_2 1$

Solución:

a) 2

b) 10

c) 0

48 **Calcula:**

a) $\log_5 625 - \log_3 243 + \log_4 256$

b) $\log_3 1 + \log_2 64 + \log_3 9 + \log_7 49$

c) $\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5$

Solución:

a) $4 - 5 + 4 = 3$

b) $0 + 6 + 2 + 2 = 10$

c) $-2 - (-1) + (-2) - (-1) = -2$

49 **Calcula:**

a) $\log_3 \frac{1}{9}$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 8$

c) $\log_{\sqrt{2}} 4$

Solución:

a) -2

b) -3

c) 4

50 **Calcula a utilizando la definición de logaritmo:**

a) $\log_a 125 = \frac{3}{2}$

b) $\log_8 \sqrt[4]{2} = a$

c) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16} = a$

Solución:

a) $a = 25$

$\frac{3}{4}$

b) $a =$

c) $a = -4$

51 **Racionaliza:**

$$\frac{5 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

a)

$$\frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

b)

$$\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

c)

Solución:

$$\frac{(5 + 3\sqrt{2})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{6}}{3}$$

a)

$$\frac{(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{6} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{7 - 3} = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{6} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{4}$$

b)

$$\frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

c)

52 **Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y $\log 3 = 0,477$, halla:**

a) $\log 6$

b) $\log 30$

c)

$\log \frac{1}{3}$

c)

Solución:

$$\log 3 + \log 2 = 0,778$$

a)

$$\log 3 + \log 10 = 1,477$$

b)

$$-\log 3 = -0,477$$

c)

53 **Sabiendo que $\log 2 = 0,301$, halla:**

a) $\log 1024$

b)

$\log 0,25$

c)

$\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

c)

Solución:

$$10 \log 2 = 10 \cdot 0,301 = 3,01$$

a)

$$\log \frac{1}{4} = -2 \log 2 = -2 \cdot 0,301 = -0,602$$

b)

$$-\frac{4}{3} \log 2 = -\frac{4}{3} \cdot 0,301 = -0,401$$

c)

54 Sabiendo que $\log 2 = 0,301$, halla:

$\log 5$

a)

$$\log \sqrt[4]{0,08}$$

b)

$$\log \sqrt[3]{0,02}$$

c)

Solución:

$$\log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 1 - 0,301 = 0,699$$

a)

$$\frac{1}{4} \log \frac{8}{100} = \frac{1}{4} (3 \log 2 - 2) = \frac{3 \cdot 0,301 - 2}{4} = -0,274$$

b)

$$\frac{1}{3} \log \frac{2}{100} = \frac{1}{3} (\log 2 - 2) = \frac{0,301 - 2}{3} = -0,566$$

c)

55 Si $\log 2 = 0,301$, halla:

$\log_2 0,01$

a)

$\log_4 10$

b)

Solución:

$$\frac{\log 0,01}{\log 2} = \frac{-2}{0,301} = -6,645$$

a)

$$\frac{\log 10}{\log 4} = \frac{1}{2 \cdot 0,301} = 1,661$$

b)

56 Racionaliza:

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}$$

a)

$$\frac{9}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

b)

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}$$

c)

Solución:

$$\frac{(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1-3} = -\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$$

a)

$$\frac{9(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})} = \frac{9(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{5-7} = -\frac{9(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2}$$

b)

$$\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{2}-\sqrt{6})}{(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{2}-\sqrt{6})} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{30}+\sqrt{12}-6}{2-6} = -\frac{\sqrt{10}-\sqrt{30}+\sqrt{12}-6}{4}$$

c)

57 **Calcula:**

a) $\log_4 \sqrt{2}$

b) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$

c) $\log_9 3$

Solución:

$$\frac{1}{4}$$

a)

b) 2

$$\frac{1}{2}$$

c)

58 **Racionaliza:**

$$\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}$$

a) $\frac{\sqrt{5+x}+1}{\sqrt{5-x}}$

b) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

c)

Solución:

$$\frac{\sqrt{3+x}\sqrt{3-x}}{\sqrt{3-x}\sqrt{3-x}} = \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x}$$

a)

$$\frac{(\sqrt{5+x}+1)\sqrt{5-x}}{\sqrt{5-x}\sqrt{5-x}} = \frac{(\sqrt{5+x}+1)\sqrt{5-x}}{5-x}$$

b)

$$\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

c)

$$\log_{\frac{1}{a}} a + \log_b \frac{1}{b}$$

Si a y b son números enteros, calcula .

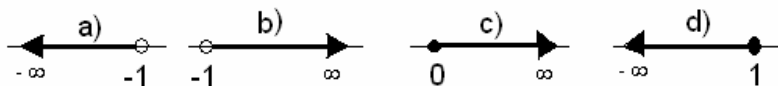
Solución:

$$-1 + (-1) = -2$$

60 Representa en la recta real los intervalos:

- a) $(-\infty, -1)$ b) $(-1, +\infty)$ c) $[0, +\infty)$ d) $(-\infty, 1]$

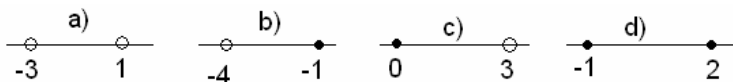
Solución:



61 Representa en la recta real los intervalos:

- a) $(-3, 0)$ b) $(-4, -1]$ c) $[0, 3)$ d) $[-1, 2]$

Solución:



62 Escribe y dibuja y nombra los siguientes intervalos:

- a) $-3 < x < 0$ b) $-4 < x \leq -1$ c) $0 \leq x < 3$ d) $-1 \leq x \leq 2$

Solución:

a) Abierto $(-3, 0)$

b) Abierto por la izquierda $(-4, -1]$

c) Abierto por la derecha $[0, 3)$

d) Cerrado $[-1, 2]$

