

# ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

## • EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS AL FINAL DEL DOCUMENTO

1. Halla los términos  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_{10}$  de las siguientes sucesiones, cuyo término general  $a_n$  se da:

	$a_n$	$a_1$	$a_2$	$a_{10}$
a)	$a_n = 2n - 1$			
b)	$a_n = \frac{4n - 3}{2}$			
c)	$a_n = n^2 - 3n + 5$			
d)	$a^n = 2^{n-1}$			
e)	$a_n = (-3)^n$			

2. Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

<i>sucesión</i>	<i>término general</i>
<b>a)</b> 5, 7, 9, 11, 13...	
<b>b)</b> 1/3, 1/4, 1/5, 1/6...	
<b>c)</b> 1, 0, -1, -2, -3...	
<b>d)</b> 1, 4, 9, 16, 25, 36...	
<b>e)</b> 2, 5, 10, 17, 26, 37...	
<b>f)</b> -1, 2, -3, 4, -5...	

3. Escribe dos términos más en cada una de las siguientes sucesiones, e indica cuáles son progresiones aritméticas, y cuáles geométricas:

<i>sucesión</i>	$a_5$	$a_6$	<i>¿PA o PG?</i>
<b>a)</b> 1,6; 2; 2,4; 2,8...			
<b>b)</b> 18/2, 1/4, 1/8, 1/16...			
<b>c)</b> 9, 7, 5, 3...			
<b>d)</b> 1/3, 1/6, 1/12, 1/24...			
<b>e)</b> 80, 8, 0.8, 0.08...			
<b>f)</b> 8, 4, 0, -4...			

4. Calcula la diferencia y el término general de las siguientes Progresiones Aritméticas, de las que conocemos algunos términos:

datos		$d$	$a_n$
$a_1 = -1$	$a_3 = 3$		
$a_1 = -2$	$a_5 = -14$		

## ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

5. Conociendo algunos términos de una Progresión Geométrica, calcula la razón y el término general:

datos		$r$	$a_n$
$a_1 = 4$	$a_5 = 64$		
$a_1 = 3$	$a_5 = 0,0003$		

6. Halla la suma de todos los números impares menores de 100.
7. Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, por ejemplo, da 5 campanadas a las 5 de la tarde. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?
8. Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4m, que la azotea está a 37 m del suelo, y que la altura de cada piso es de 2,75m.
9. Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?
10. Un estudiante trabaja de cartero para ayudarse con sus estudios. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el vigésimo día repartió 2.285 cartas:
- ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el décimo?
  - ¿En qué día repartió 2165 cartas?
  - Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.
11. El tercer término de una Progresión Geométrica es 12, y la razón, 5; calcula la suma de los 10 primeros términos.
12. Una pequeña ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de estos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?
13. He decidido ahorrar dinero, 2 euros para empezar, y 20 céntimos cada día. Y me pregunto cuánto dinero tendré al cabo de un mes (30 días)
14. Mi prima Ángela ha vuelto encantada de sus vacaciones, y ha compartido con 30 amigos las fotos en una red social. Cada uno de ellos, a su vez, las ha compartido con otros 30, y así sucesivamente. ¿Cuántas personas pueden ver las fotos de las vacaciones de mi prima, si se han compartido hasta el 10º grado de amistad?

# ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

## • EJERCICIOS Y PROBLEMAS DONDE VIENE LA SOLUCIÓN

**15.** El primer término de una PA es 12, la diferencia es 5, y el número de términos es 32. Calcula el valor del último término. **SOL=167**

**16.** Calcular el primer término de una PA sabiendo que la diferencia es 84, y el decimo séptimo término, 459. **SOL=-885**

**17.** Calcular la diferencia de una PA, sabiendo que sus términos primero y séptimo son 8 y 72, respectivamente. **SOL= 32/3**

**18.** Calcular el número de términos de una PA, sabiendo que su primer término es 1, el último, 1241, y la diferencia, 5. **SOL=249**

**19.** Los términos tercero y séptimo de una PA son 11 y 35, respectivamente. Calcula el primer término. **SOL=-1**

**20.** Tres números forman una PA. Sabiendo que la suma del primero y del tercero es 20, calcular el segundo. **SOL=10**

**21.** El primer término de una PA es igual a la diferencia. Calcula su valor, sabiendo que el tercer término es 36. **SOL=12**

**22.** Calcular la suma de todos los términos de una PA de 12 términos, sabiendo que el primero y el último son -1 y 121, respectivamente. **SOL=720**

**23.** El primer término de una PA es -20, y la diferencia, 2. Calcula la suma de los 14 primeros términos. **SOL=98**

**24.** Calcula la suma de los términos de una PA, sabiendo que tiene 8 términos, que el último es 65 y la diferencia es 8. **SOL=296**

**25.** Una PA es tal que  $a_1=-203$ ;  $a_n=902,5$ ;  $d=16,5$ . Calcula su suma. **SOL=23783**

**26.** La suma de los términos de una PA es 198. Calcula el último término sabiendo que  $a_1 = n = 18$ . **SOL=4**

**27.** La suma de los términos de una PA es 1875, el número de términos, 10, y la diferencia, 6. Calcula el valor del último término. **SOL=214,5**

**28.** Hallar el número de términos de una PA, sabiendo que el primero y el último son, respectivamente, -1 y 13, y que la diferencia es 2. **SOL=8**

**29.** Calcular el número de términos de una PA, sabiendo que el último término es 198, la diferencia, 19, y la suma de los términos, -1972. **SOL=29**

**30.** Calcular el número de términos y la diferencia de una PA sabiendo que:  $a_1=-19$ ;  $a_n=899$ ;  $S=7480$ . **SOL:  $n=17$ ;  $d=57,375$**

**31.** En una PA:  $a_1=0$ ;  $a_{11}=100$ . Calcula la diferencia y la suma de los 5 primeros términos. **SOL:  $d=10$ ;  $S_5=100$**

**32.** Tres números,  $a$ ,  $b$  y  $c$ , forman una PA. Expresa  $c$  en función de  $a$  y  $b$ . **SOL:  $c=2b-a$**

## ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

- 33.** El primer término de una PG es 3, la razón, 2, y el número de términos, 6. Calcula el último término. **SOL=96**
- 34.** En una PG de siete términos, el primero y el último son, respectivamente, 1 y 100. Calcula la razón: **SOL=** $\sqrt[6]{100} = 2,154$
- 35.** Calcular el número de términos de una PG, sabiendo que  $a_1=5$ ;  $a_n=3645$ ;  $r=3$ . **SOL=7**
- 36.** Calcula el producto de los términos de una PG, sabiendo que el primer término es 2, la razón 3, y el número de términos es 5. **SOL=1889568**
- 37.** En una PG:  $a_1=-1$ ;  $a_n=32$ ;  $r=-2$ . Calcula el número de términos y el producto de todos ellos. **SOL: n=6; P=-32768**
- 38.** En una PG decreciente:  $a_1=P=16$ ;  $n=8$ . Calcula el 5º término. **SOL=1**
- 39.** El primer término de una PG es 1, la razón 2, y el número de términos 5. Calcula la suma de todos los términos.
- 40.** En una PG los términos tercero y sexto son, respectivamente,  $9/8$  y  $243/8$ . Calcula la suma de los primeros 7 términos. **SOL=1093/8**
- 41.** Calcular el número de términos de una PG sabiendo que:  $a_1=180$ ;  $a_n=320/9$ ;  $S=4220/9$ . **SOL=5**
- 42.** Una PG es tal que:  $a_1=180$ ;  $a_n=160/3$ ;  $P=92160000$ ; calcular el número de términos, así como la suma de todos ellos. **SOL: n=4; S=1300/3**
- 43.** El primer término y la razón de una PG de 4 términos son  $3/5$  y  $5/2$ , respectivamente; calcular la suma y el producto de sus términos. **SOL: S=609/40; P=2025/64**

# ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

## • LOS 12 PRIMEROS EJERCICIOS Y PROBLEMAS, RESUELTOS

1.

	$a_n$	$a_1$	$a_2$	$a_{10}$
a)	$a_n = 2n - 1$	$a_1 = 1$	$a_2 = 3$	$a_{10} = 19$
b)	$a_n = \frac{4n - 3}{2}$	$a_1 = \frac{1}{2}$	$a_2 = \frac{5}{2}$	$a_{10} = \frac{37}{2}$
c)	$a_n = n^2 - 3n + 5$	$a_1 = 3$	$a_2 = 3$	$a_{10} = 75$
d)	$a^n = 2^{n-1}$	$a_1 = 1$	$a_2 = 2$	$a_{10} = 512$
e)	$a_n = (-3)^n$	$a_1 = -3$	$a_2 = 39$	$a_{10} = 59049$

2.

<i>sucesión</i>	<i>término general</i>
<b>a)</b> 5, 7, 9, 11, 13...	$a_n = 2n + 3$
<b>b)</b> 1/3, 1/4, 1/5, 1/6...	$a_n = \frac{1}{n + 2}$
<b>c)</b> 1, 0, -1, -2, -3...	$a_n = -n + 2$
<b>d)</b> 1, 4, 9, 16, 25, 36...	$a_n = n^2$
<b>e)</b> 2, 5, 10, 17, 26, 37...	$a_n = n^2 + 1$
<b>f)</b> -1, 2, -3, 4, -5...	$a_n = (-1)^n \cdot n$

3.

<i>sucesión</i>	$a_5$	$a_6$	<i>¿PA o PG?</i>
<b>a)</b> 1,6; 2; 2,4; 2,8...	3,2	3,6	PA
<b>b)</b> 18/2, 1/4, 1/8, 1/16...	1/32	1/64	PG
<b>c)</b> 9, 7, 5, 3...	1	-1	PA
<b>d)</b> 1/3, 1/6, 1/12, 1/24...	1/48	1/96	PG
<b>e)</b> 80, 8, 0,8, 0,08...	0,008	0,0008	PG
<b>f)</b> 8, 4, 0, -4...	-8	-12	PA

4.

datos		$d$	$a_n$
$a_1 = -1$	$a_3 = 3$	$d = 2$	$a_n = 2n - 3$
$a_1 = -2$	$a_5 = -14$	$d = -3$	$a_n = 1 - 3n$

# ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

5. Conociendo algunos términos de una Progresión Geométrica, calcula la razón y el término general:

datos		$r$	$a_n$
$a_1 = 4$	$a_5 = 64$	$r = 2$	$a_n = 2^{n+1}$
$a_1 = 3$	$a_5 = 0,0003$	$r = \frac{1}{10}$	$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

6. **SOLUCIÓN:**  $S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2500$

7. **SOLUCIÓN:**  $S_{12} = \left(\frac{a_1+a_{12}}{2}\right) \cdot 12 = \frac{4+15}{2} \cdot 12 = 114$  en doce horas; en 1 día, el doble: 228 campanadas.

8. **SOLUCIÓN:** 13 pisos

9. **SOLUCIÓN:** el día 21 nadó 115 minutos; a lo largo de los 21 días nadó 1365 minutos.

10. **SOLUCIONES:**

a) El primer día, 1715 cartas; y el décimo, 1985 cartas.

b) El día 16.

c) 28875 cartas.

11. **SOLUCIÓN:**  $S_{10} = 3069$

12. **SOLUCIÓN:**  $S_n = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r - 1} = \frac{3 \cdot 3^{n-1} - 1}{3 - 1} = 29524; n = 10; \text{ en 9 horas}$

13. **SOLUCIÓN:**

$$a_{30} = 2 + 29 \cdot 0.2 = 2 + 5.8 = 7.8 \text{ euros tendré el último día del mes.}$$

$$S_{30} = \frac{2+7.8}{2} \cdot 30 = 15 \cdot 9.8 = 147 \text{ euros tendré acumulados, en total, al final del mes.}$$

14. **SOLUCIÓN:** Con los datos son:

$$\begin{array}{l} a_1 = 30 \\ r = 30 \\ n = 10 \end{array} \left| \begin{array}{l} S_{10} = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{30 \cdot (30^{10} - 1)}{30 - 1} = \frac{30 \cdot 30^{10} - 30}{9} = \frac{30^{11} - 30}{9} = \\ \frac{17714700000000000 - 30}{9} = 1968299999999996,67 \text{ personas} \end{array} \right.$$